Printed Pages – 7

I-206

B.Sc. (Part-II) Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper - II

(Differential Equation)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt all five questions. Two parts from each unit are compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई–I / UNIT-I

Q. 1. (a) अवकल समीकरण $4x\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+y=0$ का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

Find the series solution of the differential equation $4x\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+y=0$.

(b) सिद्ध कीजिए :

$$J_{5/2}(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\left\{\frac{3\cos x}{x^2}+\frac{3\sin x}{x}-\cos x\right\}$$

Prove that :

$$J_{5/2}(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\left\{\frac{3\cos x}{x^2}+\frac{3\sin x}{x}-\cos x\right\}$$

(c) सिद्ध कीजिए :

$$nP_n(x)=xP_n'(x)-P_{n-1}'(x)$$

Prove that :

$$nP_n(x)=xP_n'(x)-P_{n-1}'(x)$$

इकाई–II / UNIT-II

Q. 2. (a) $L\left\{\frac{\cos 2t-\cos 3t}{t}\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $L\left\{\frac{\cos 2t-\cos 3t}{t}\right\}$

(b) संवलन प्रमेय का कथन लिखिए एवं सत्यापन कीजिए।

State and prove convolution theorem.

(c) लाप्लास रूपान्तरण विधि से अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 6y = 2$ को हल कीजिए जो प्रतिबन्धों $y(0) = 1, y'(0) = 0$ को सन्तुष्ट करता है।

Using Laplace transformation, solve the differential equation $\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 6y = 2$ which satisfy the conditions $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

इकाई–III / UNIT-III

Q. 3. (a) हल कीजिए :

$(mz - ny)p + (nx + \ell z)q = (\ell y - mx)$

Solve :

$(mz - ny)p + (nx + \ell z)q = (\ell y - mx)$

(b) समीकरण $pq = xy$ को हल कीजिए।

Solve the equation $pq = xy$.

(c) अवकल समीकरण $z = px + qy + p^2 + q^2$ का पूर्ण हल चारपिट विधि से ज्ञात कीजिए।

Find the complete solution of differential equation $z = px + qy + p^2 + q^2$ by Charpit's method.

इकाई–IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) हल कीजिए :

$p + r + s = 1$

Solve :

$p + r + s = 1$

(b) हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 12xy$$

Solve :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 12xy$$

(c) समीकरण को हल कीजिए :

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} + 4y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 6y\frac{\partial z}{\partial y} = x^2y^4$$

Solve the equation :

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} + 4y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 6y\frac{\partial z}{\partial y} = x^2y^4$$

इकाई–V / UNIT-V

Q. 5. (a) सिद्ध कीजिए कि फलनक $I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y'^2)}\,dx$ के चरम परवलय होंगे।

Prove that the extremals of the functional $I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y'^2)}\,dx$ are parabola.

(b) वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ और सरल रेखा $x + y = 4$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the circle $x^2 + y^2 = 1$ and the straight line $x + y = 4$.

(c) किस वक्र पर निम्नलिखित फलनक

$$I[y(x)] = \int_1^2 \left[y'^2 - 2xy\right]dx$$

$y(1) = 0,\ y(2) = -1$

चरम मान पर पहुँचेगा।

(7)

On what curve can be functional

$$I\left[y(x)\right] = \int_1^2 \left[y'^2 - 2xy\right] dx$$

y(1) = 0, y(2) = –1

attain on maximum.