

J-238

B.Sc. (Part-III) Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - III

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न/इकाई से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Answer any two parts from each question/unit. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) $n \geq 4$ के लिये गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि :

$$\lfloor n \geq 2^n$$

Show that $\lfloor n \geq 2^n$ for all $n \geq 4$ by mathematical induction method.

(2)

(b) 998 तक की सभी सम संख्याओं की व्युत्पत्ति करने वाले व्याकरण की संरचना कीजिए।

Construct a grammar which generates all even integers upto 998.

(c) बेज प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove the Baye's theorem.

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) यदि L , 12 के सभी गुणखण्डों का समुच्चय है तथा यदि ' ℓ ' L पर विभाज्यता संबंध है, तो दर्शाइए कि (L, ℓ) एक जालक है।

Let L be the set of all factors of 12 and let ' ℓ ' be the divisibility relation on L . Show that (L, ℓ) is a lattice.

(3)

(b) ग्राफ सहित निम्नलिखित को परिभाषित कीजिए :

- (i) दिष्ट ग्राफ
- (ii) बहु ग्राफ
- (iii) भार ग्राफ
- (iv) पथ
- (v) परिपथ

Define the following with a graph :

- (i) Directed graph
 - (ii) Multi graph
 - (iii) Weighted graph
 - (iv) Path
 - (v) Circuit
- (c) न्यूनतम सम्बद्ध आलेख (Minimally connected graph) को परिभाषित कीजिए। दर्शाइये कि एक आलेख ट्री होगा यदि और केवल यदि वह न्यूनतम सम्बद्ध है।

(4)

Define minimally connected graph. Show that a graph is a tree if and only if it is minimally connected.

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) परिमित अवस्था यंत्र m को न्यूनतमीकृत कीजिए, जहाँ m निम्नांकित अवस्था सारणी से दिया गया है :

अवस्था	निवेश		निर्गम
	0	1	
$\Rightarrow S_0$	S_3	S_6	1
S_1	S_4	S_2	0
S_2	S_4	S_1	0
S_3	S_2	S_0	1
S_4	S_5	S_0	1
S_5	S_3	S_5	0
S_6	S_4	S_2	1

Minimize the finite state machine m , where m is given by the following state table :

(5)

State	Input		Output
	0	1	
$\Rightarrow S_0$	S_3	S_6	1
S_1	S_4	S_2	0
S_2	S_4	S_1	0
S_3	S_2	S_0	1
S_4	S_5	S_0	1
S_5	S_3	S_5	0
S_6	S_4	S_2	1

(b) मीले मशीन तथा मूर मशीन पर टिप्पणी लिखिए।

Write note on Mealy machine and Moore machine.

(c) यदि 'a' एक संख्यात्मक फलन इस प्रकार है कि :

$$a_r = \begin{cases} 2 & 0 \leq r \leq 3 \\ 2^{-r} + 5 & r \geq 4 \end{cases}$$

(i) Δa तथा ∇a ज्ञात कीजिए।

(ii) s_a^2 तथा s_a^{-2} ज्ञात कीजिए।

(6)

Let 'a' be a numeric function given by :

$$a_r = \begin{cases} 2 & 0 \leq r \leq 3 \\ 2^{-r} + 5 & r \geq 4 \end{cases}$$

(i) Determine Δa and ∇a .

(ii) Determine s_a^2 and s_a^{-2} .

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) निम्नलिखित अन्तर समीकरण को हल कीजिए :

$$a_{r+2} - 6a_{r+1} + 8a_r = 3r^2 + 2 - 5 \cdot 3^r$$

Solve the following difference equation :

$$a_{r+2} - 6a_{r+1} + 8a_r = 3r^2 + 2 - 5 \cdot 3^r$$

(b) निम्नलिखित अन्तर समीकरण को जनक फलन विधि से हल कीजिए :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2^r + r, r \geq 2$$

दिया गया है : $a_0 = 1, a_1 = 1$

Solve the following difference equation by using generating function method :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2^r + r, r \geq 2$$

given that $a_0 = 1, a_1 = 1$

(7)

(c) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4\} \text{ mod } 5$$

के लिये $(R, +_5, \times_5)$ एक वलय है।

Prove that for the set

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4\} \text{ mod } 5$$

$(R, +_5, \times_5)$ is a ring.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) निम्नलिखित की परिभाषा लिखिए :

- (i) जालक
- (ii) उपजालक
- (iii) पूर्ण जालक
- (iv) परिवद्ध जालक
- (v) पूरक जालक

Define the following :

- (i) Lattices
- (ii) Sublattices
- (iii) Complete lattice
- (iv) Bounded lattices
- (v) Auxiliary lattices

(8)

(b) सिद्ध कीजिए कि n चरों के बूलीय फलन में 2^n अल्पिष्ठ बूलीय फलन होते हैं।

The number of minimal Boolean functions in n -variables are 2^n .

(c) 4-टर्मिनल सर्किट डिजाइन करिए जो निम्नलिखित तीन फलनों को वास्तविक रूप देता है :

$$f = xy'z + (xy' + x'y)zw$$

$$g = xy'zw' + x'yzw'$$

$$h = x'y + (xy' + x'y)(z' + w')$$

Design a 4-terminal circuit which gives the real forms to the following three functions :

$$f = xy'z + (xy' + x'y)zw$$

$$g = xy'zw' + x'yzw'$$

$$h = x'y + (xy' + x'y)(z' + w')$$

